

I 120 anni della Mathesis.

La storia dell'insegnamento/apprendimento della Matematica in
Italia e la situazione attuale
Gioia del Colle 29-31-2015

La geometria Euclidea e la Teoria della relatività speciale di Einstein

Liliana Restuccia,
Presidente Sezione Mathesis di
Messina



Metodi di insegnamento/apprendimento

- Metodo classico
- Metodo naturale o della full-immersion
- Metodo della funzionalità
- Metodo dell'uso delle mappe logiche
- Metodo di Cartesio



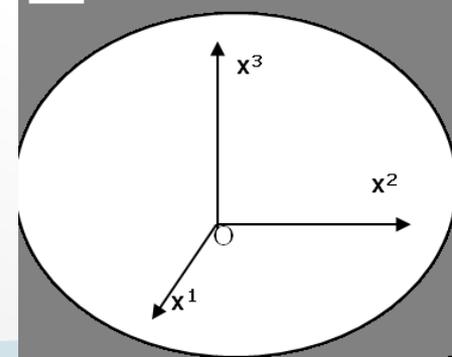
Metodi di insegnamento/apprendimento

Tali approcci didattici vengono usati anche nell'insegnamento della Geometria Euclidea, con le sue applicazioni in differenti campi della Scienza: Fisica, Cosmologia, Architettura, Arte, Ingegneria,...



In altri paesi europei si studia la geometria euclidea non solo nel piano ma anche nello spazio tridimensionale . La geometria analitica cartesiana trasforma la geometria euclidea in problemi algebrici e lo studio della geometria in 3D avviene come una generalizzazione di schemi, teoremi, dimostrazioni, relazioni, ... valide in 2D.

La nostra realtà è tridimensionale e lo studente desidera capire come si risolve un problema in uno spazio a 3 dimensioni. Nelle città gli edifici sono tridimensionali e l'altezza caratterizza un volume.



Si può anche generalizzare uno spazio 3D euclideo e passare a spazi euclidei a 4D, 5D, e a più dimensioni, procedendo allo stesso modo di come si è fatto per passare a 3 D. A 4D, 5D,.. Non abbiamo la rappresentazione cartesiana, ma sono chiamati spazi euclidei poiché in essi vale ancora la geometria euclidea (è possibile definire la distanza fra due punti, le proiezioni di un vettore sugli assi coordinati)

Un famoso esempio di spazio quadridimensionale euclideo è lo spazio - tempo di Minkowski, in cui la quarta coordinata è ancora una lunghezza, precisamente la velocità della luce moltiplicata il tempo. L'esigenza della creazione di questo spazio -tempo 4D in cui vale la geometria euclidea nasce da problemi fisici, e precisamente dallo studio di corpi che vanno a velocità $v < c$, $c=299\,792,458$ [km/s](#)



Proprietà dello spazio e del tempo nella Meccanica Newtoniana

In Meccanica classica

($v \ll c$, $c = 299\,792,458$ km/s)

Newton definì assiomaticamente lo spazio rispetto cui si studiano i fenomeni fisici ("spazio assoluto") ed il tempo che misura l'evolversi del fenomeno nello spazio ("tempo assoluto"), mediante i cosiddetti:

Assiomi generali della Fisica classica.



Assioma I ° (o dello spazio assoluto Σ_a)

Si postula l'esistenza di un corpo di riferimento, chiamato laboratorio, (o sistema di riferimento) rispetto cui studiare i fenomeni fisici che in esso si svolgono, di natura “sui generis”, caratterizzato a priori dalle seguenti proprietà fisiche e geometriche:

1. Per definizione fisso, inerte rispetto all'evolversi in esso dei fenomeni fisici, rigido e trasparente alla penetrazione ottica.
2. Le sue proprietà geometriche si identificano con quelle di uno spazio euclideo tridimensionale.

Assioma II ° (o del tempo assoluto T)

Si postula l'esistenza di un ente fisico unidimensionale, che fluisce uniformemente ed indipendentemente dai fenomeni naturali e dallo stato di quiete o di moto della sede in cui essi si svolgono. Tale ente fisico è idoneo a stabilire senza ambiguità:

1. Se due eventi A e B sono simultanei oppure uno di essi precede o segue l'altro;
2. La durata di un fenomeno, intesa come intervallo temporale che separa due eventi.

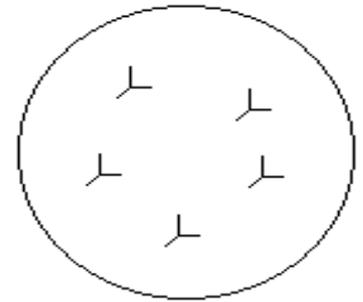
3.

($v \ll c$, $c=299\,792,458$ km/s)

Sistema di riferimento assoluto o laboratorio Newtoniano

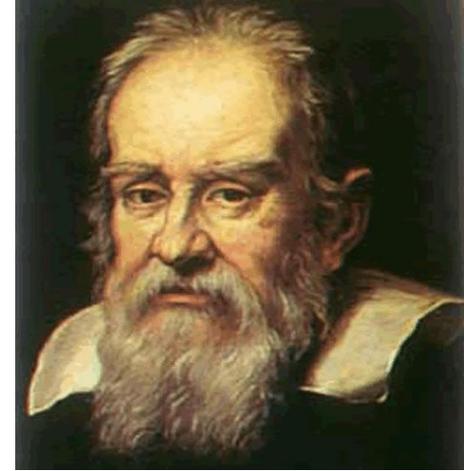
Come precisato con gli assiomi I° e II° lo spazio assoluto ed il tempo assoluto sono due realtà "a priori" indipendenti tra loro e dai fenomeni che in essi si evolvono.

Il sistema assoluto di riferimento, o laboratorio, viene indicato con (Σ_a, T) . In esso si possono introdurre sistemi di assi Cartesiani tridimensionali, ad arbitrio, che servono a prendere misurazioni.



(Σ_a, T)

Laboratori Galileiani inerziali ($v \ll c$)

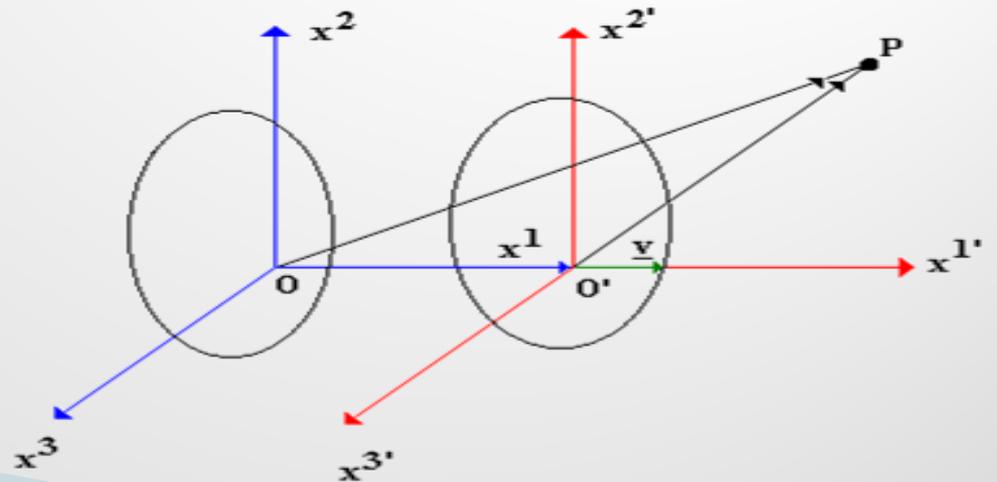


Definizione: Si chiamano "Spazi, o Laboratori Galileiani, solidi che si muovono uno rispetto all'altro di moto traslatorio, rettilineo ed uniforme. Si denotano con (Σ, T) e prendono anche il nome di sistemi inerziali

Principio di relatività Galileiano:

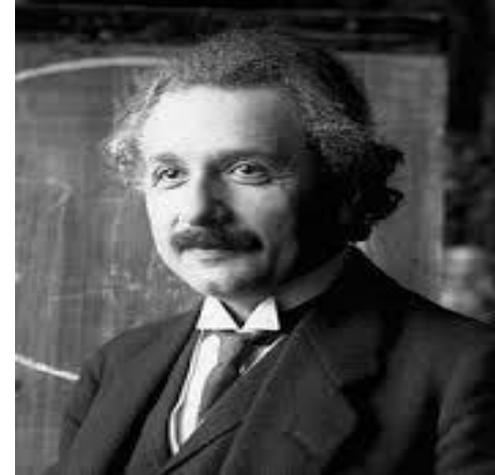
Le leggi della Meccanica assumono la stessa forma rispetto a sistemi di riferimento Galileiani (sistemi inerziali). In particolare la legge di Newton risulta invariante rispetto a tali laboratori.

$$\underline{ma} = \underline{F}$$



I principi di relatività di Einstein

$(v < c)$ $c=299\,792,458$ km/s



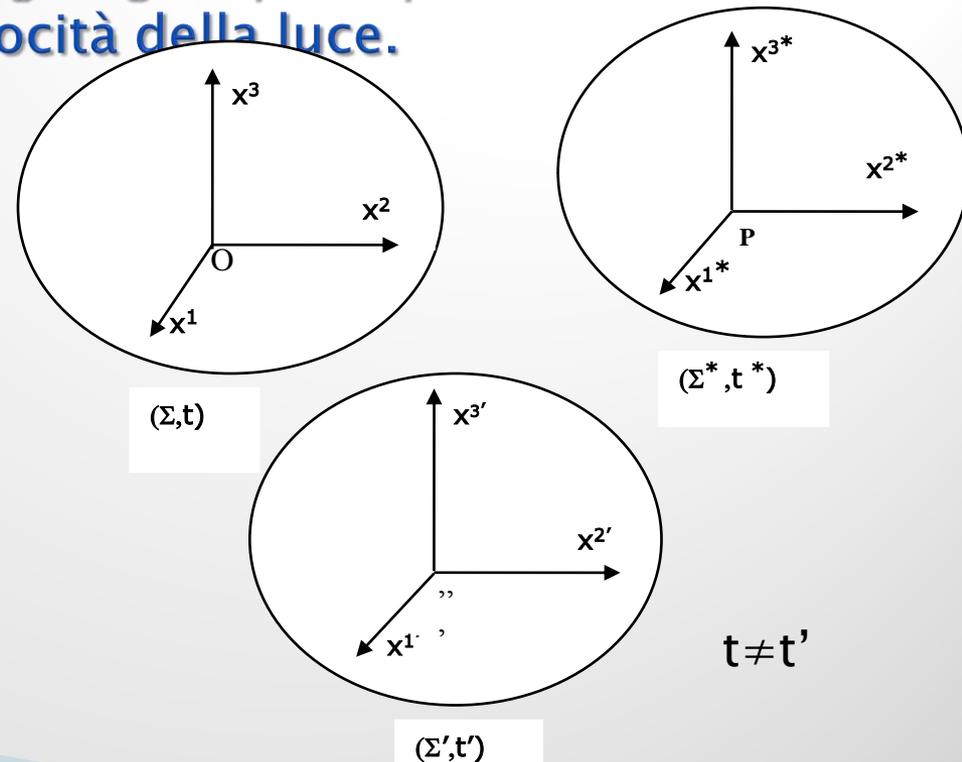
“I fenomeni fisici (meccanici ed elettromagnetici) avvengono con le stesse leggi rispetto a due sistemi inerziali qualunque” che si muovono a $v < c$

Al principio esteso di relatività si aggiunge il principio Einsteniano della costanza della velocità della luce.

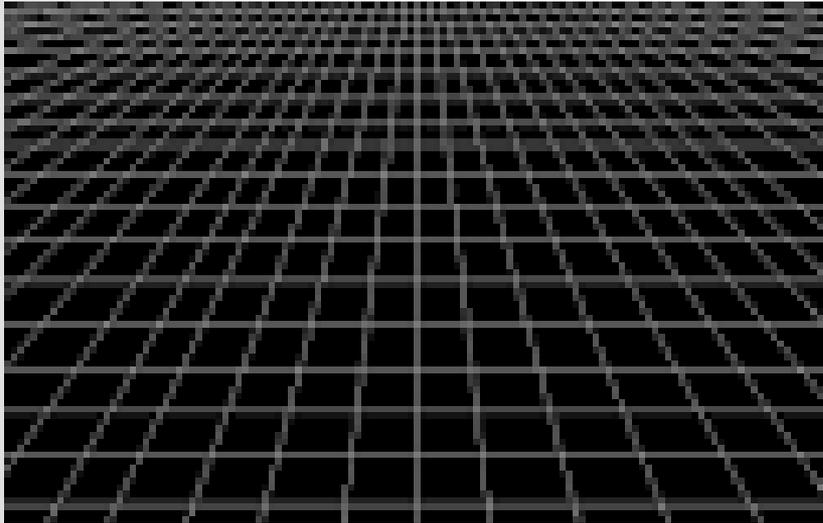
Questo afferma che:

“Una perturbazione elettromagnetica si propaga nel vuoto con velocità scalare c finita, indipendente dallo stato di quiete o di moto della sorgente e dal sistema di riferimento inerziale scelto”.

Inoltre il tempo è diverso in ogni laboratorio inerziale a $v < c$: $t \neq t'$



Costruzione dello Spazio tempo di Minkowski a 4 dimensioni come spazio Euclideo



Ogni punto
 $P = (x^1, x^2, x^3, x^4)$

con

$$x^4 = ct,$$

é un evento

E' uno spazio piatto. Le linee coordinate sono rette. I piani coordinati sono piani . Ma non è rappresentabile. Il passaggio da un laboratorio inerziale ad un altro diventa una trasformazione di coordinate da accentate a non accentate.

Effetti relativistici nel passaggio da un laboratorio inerziale ad un altro ovvero in una trasformazione di coordinate

Contrazione della lunghezze

$$l = l' \sqrt{1 - \frac{(\underline{v} \cdot \underline{v}')^2}{c^2}}$$

Dilatazione temporale $\Delta t =$

$$\frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

poiché

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \leq 1, \text{ segue :}$$

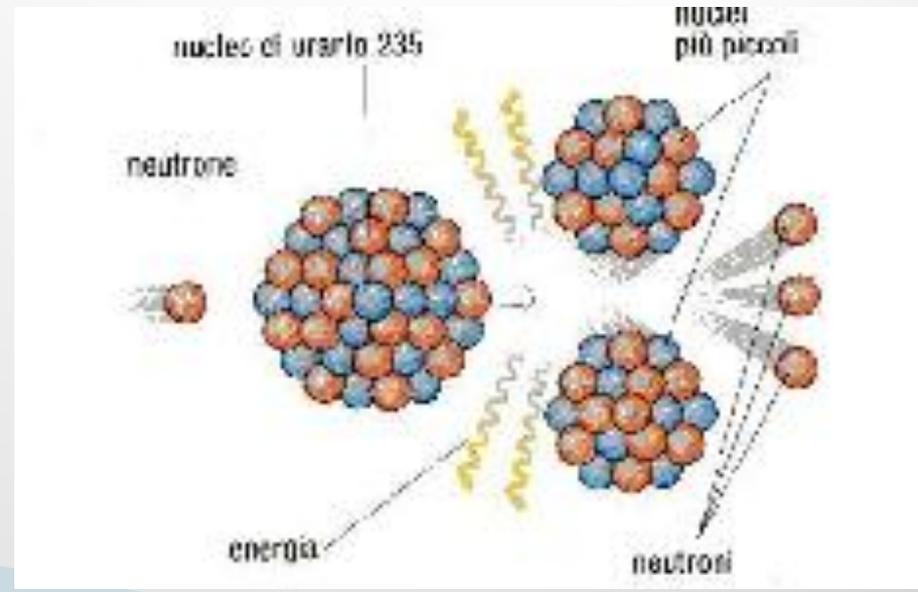
$$\Delta t \geq \Delta t'.$$

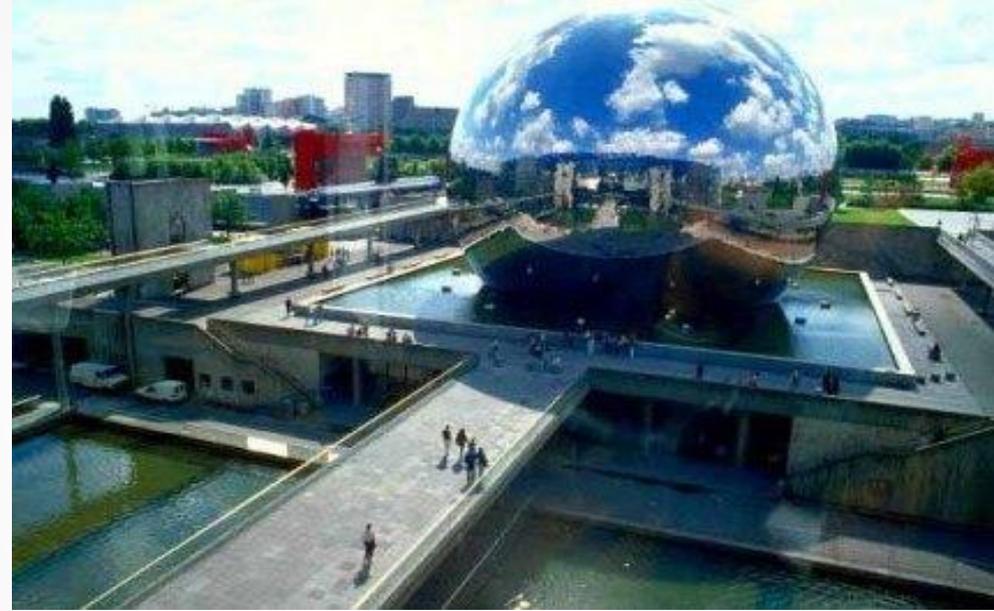
Dalla II legge della dinamica in formulazione
quadridimensionale discende la famosa formula

Equivalenza tra massa ed energia

$$E = mc^2$$

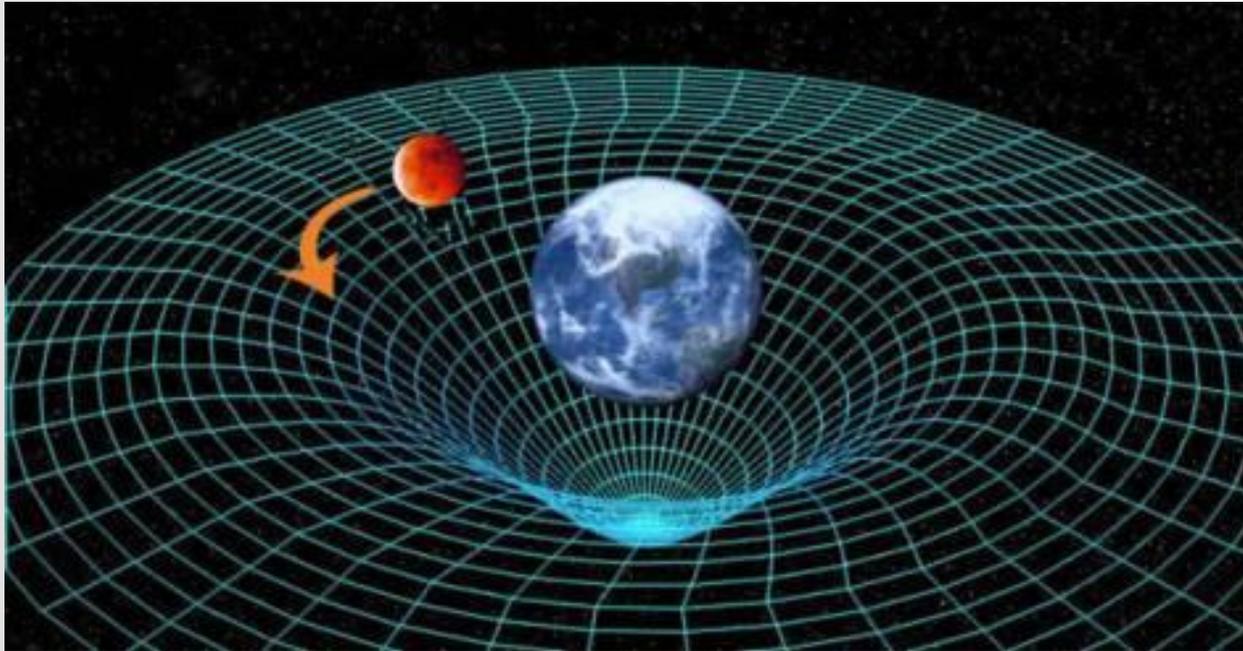
Applicazione alla fissione nucleare





- ▶ **Introducendo le geometrie non-euclidee si possono commentare le forme di edifici a geometria sferica,... in 3D**
- ▶ **La relatività generale di Einstein che tiene conto dell'influenza della masse gravitazionali (sole, astri,...) è un'applicazione in uno spazio-tempo curvo a 4 dimensioni, dove valgono le geometrie di Riemann e di Bolay e Lobacewski.**

Lo spazio tempo curvo della relatività generale dove si tiene conto delle azioni gravitazionali delle masse



A black and white photograph of Albert Einstein, with his characteristic wild hair and mustache, pointing his right hand towards the equation $E=mc^2$ written on a chalkboard. He is wearing a dark, long-sleeved jacket. The chalkboard is dark, and the equation is written in white chalk. The background is slightly blurred, focusing attention on Einstein and the equation.
$$E=mc^2$$

Grazie per l'attenzione